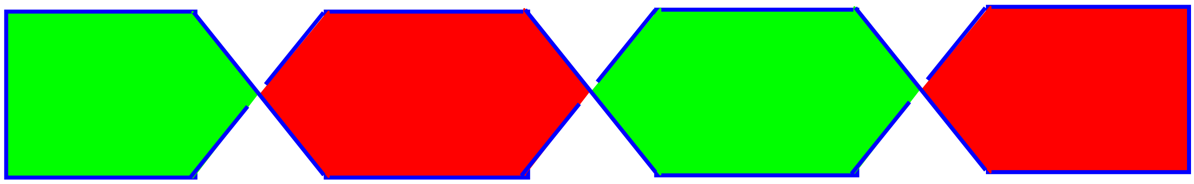
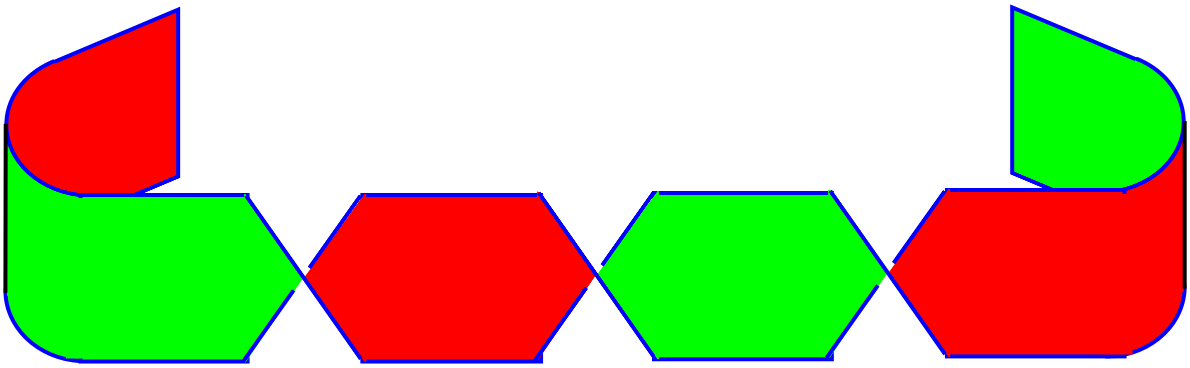
Démonstration 7 : construction de la bande à 5 torsions

J’ai montré comment il n’y avait pas à ajouter deux torsions à la « une » initiale pour construire une bande de Mœbius, qu’elle soit homo ou hétéro. Le trois est structural, minimum de toute bande fermée. A contrario, que se passe-t-il si nous imprimons trois torsions à une bande de papier ? Nous obtenons ceci :

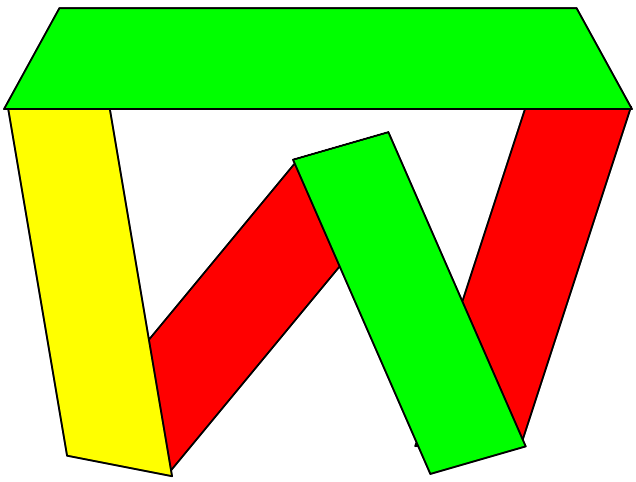


C’est un triple nœud papillon, triplement élégant, mais ce n’est pas une bande de Mœbius. Pour obtenir une bande fermée, il faut, comme dans les constructions précédentes rajouter deux torsions, l’une progrédiente, l’autre rétrogrédiente, afin de pouvoir rabouter la face rouge avec la face verte. Les deux sens de raboutage sont possibles, comme dans les exercices précédents.

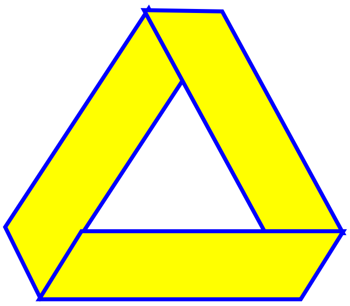
Si nous raboutons de la façon suivante, c'est-à-dire de la manière qui, avec une seule torsion initiale, avait produit la bande de Mœbius hétérogène :



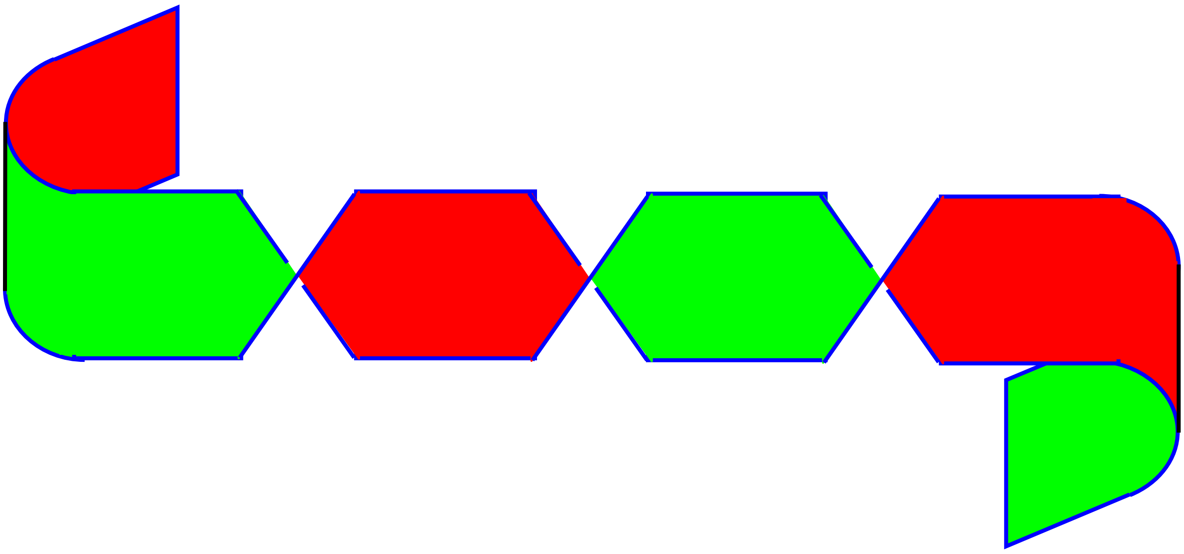
nous obtenons ceci :



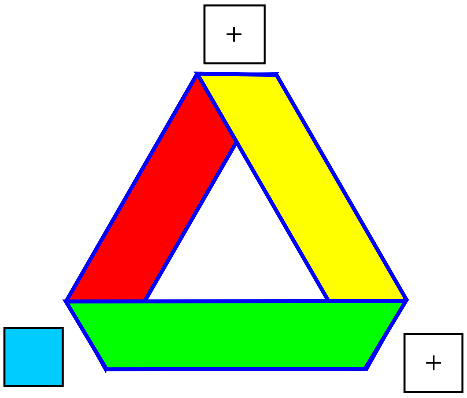
Ce n’est donc pas une bande à trois torsions, mais à cinq. Toutefois, en triturant un peu la bande avant sa mise à plat, on s’aperçoit que deux torsions peuvent s’annuler, et la mise à plat donne ceci, c'est-à-dire une bande de Mœbius homogène :



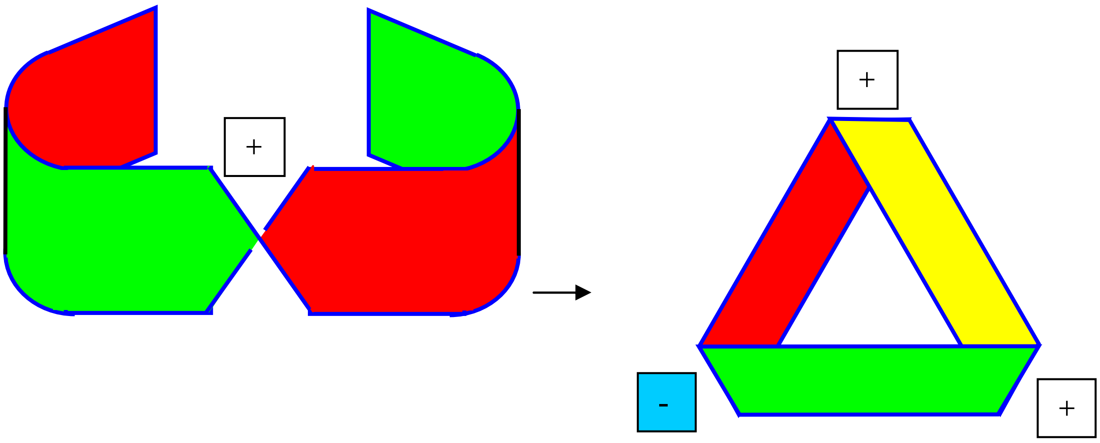
Si on effectue un raboutage comme ceci,

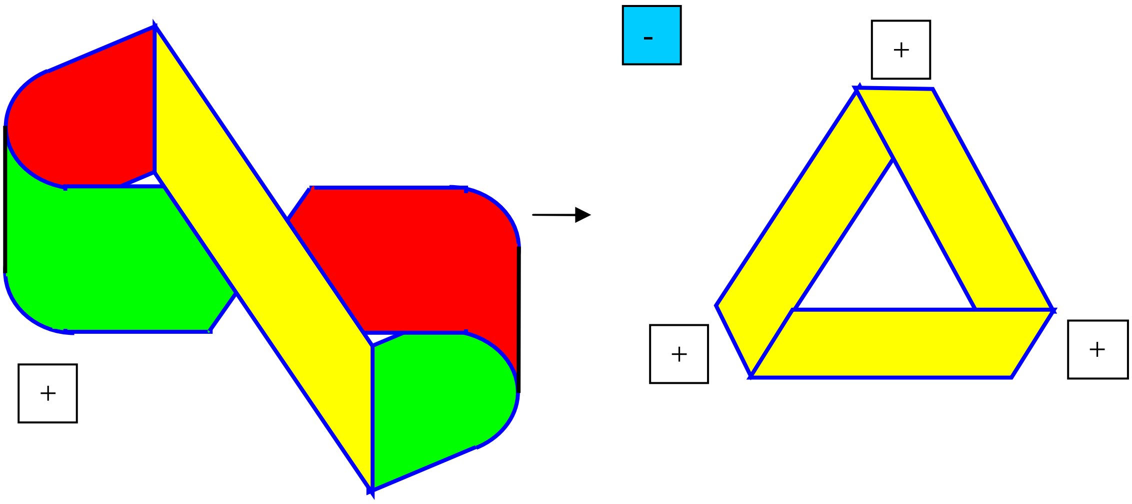


…il est possible d’obtenir la bande à 5 torsions comme ci-dessus, mais elle a tendance à se défaire aussitôt, sans qu’il soit besoin de la triturer, et elle produit ceci, c'est-à-dire une bande de Mœbius hétérogène :

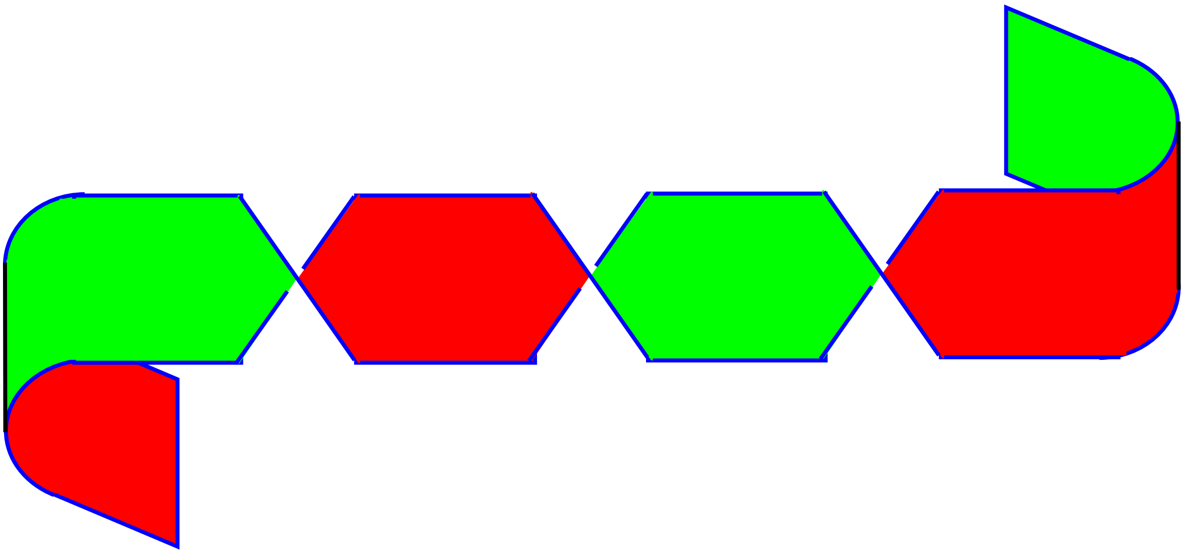


c’est le moment de vérifier que le même type de raboutage à partir de une torsion produit le même objet :

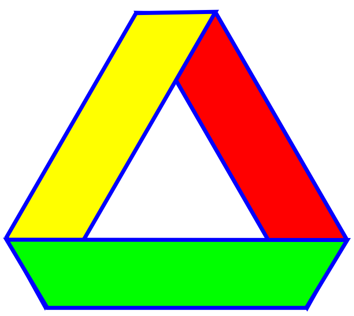




Par contre, si on opère le raboutage suivant :



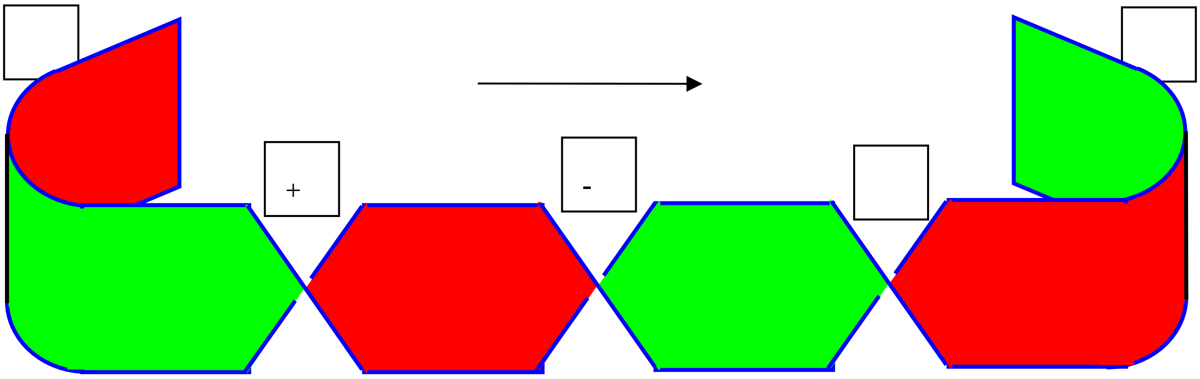
…deux torsions s'annulent aussitôt, et la mise à plat donne ceci :



C'est cette propriété qui a été généralisée à tort par mes prédécesseurs. Car s'il est vrai que lors du raboutage deux torsions s'annulent, ce n'est vrai qu'à partir de cinq torsions. C'est faux lorsqu'on n'a imprimé qu'une seule torsion au départ, car alors le raboutage ajoute deux torsions au lieu de les enlever, ce qui a fait l'objet de mes démonstrations 2, 3et 5. Le 3 est bien au fondement de la structure.

On remarquera que, lorsqu'on part de trois torsions initiales, le mode de raboutage donnant la bande de Mœbius hétérogène est celui qui, à partir d'une seule torsion, donne la bande de Mœbius homogène. Et, logiquement, c'est le mode de raboutage donnant la bande homogène à partir de trois torsions qui donne la bande hétérogène à partir d'une seule torsion. Le trois est donc le nombre charnière autour duquel toutes les lois s'inversent.

C'est l'occasion de se demander : quelles sont les torsions qui disparaissent, dans le passage du 5 au 3 ? notons correctement nos torsions, en se rappelant bien la définition du « sens » que j'ai donnée : c'est le passage d'une face à une autre, « + » indiquant le passage de dessus à dessous, « - » le passage de dessous à dessus. Ce qui est retenu dans cette nomanition, c'est donc la *fonction* de passage, en rapport aux faces de l'objet. En optant pour le codage arbitraire : vert-dessus, rouge-dessous, cela donne :



…